運動イメージ中の脊髄前角細胞興奮性の個体差を考慮した数理モデリング
～階層ベイズモデルとマルコフ連鎖モンテカルロ法によるパラメータ推定～

山本昌樹，永禮敏江

姫路獨協大学　医療保健学部　理学療法学科

キーワード：数理モデリング･階層ベイズモデル･マルコフ連鎖モンテカルロ法

はじめに

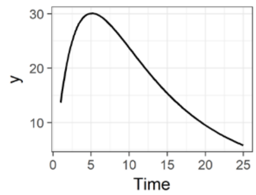
運動イメージの電気生理学的研究では，イメージ能力の個体差(系統誤差)が測定に影響するため標本の平均値と分散値のパラメータだけでは複雑な統計予測は困難である．階層ベイズモデルは個体差が大きい時系列データの回帰においても個体ごとのパラメータをベイズ推定出来る．ここで個体パラメータは特定の確率分布に従いその分布はハイパーパラメータにより階層的に制約を受ける構造をとることで系統誤差を考慮した推定が可能となる．今回運動イメージ中の脊髄前角細胞のＦ波興奮性の変化を，階層モデルにより個体パラメータを推定しモデルの有用性を検討した．(抄録のタイトルにて前核の文字に誤りがあり正しくは前角となります．訂正しお詫びいたします)

方　法

対象は健常大学生 15 名（女性８名男性７名，平均年 20.6 齢歳）であった．対象者には実験内容を書面にて説明し同意を得た．運動とイメージ課題は非利き手の拇指と示指との対立運動とその運動イメージとした．Ｆ波導出は手部尺骨神経刺激で第一背側骨間筋より記録(日本光電社製 MEB-9404)した．実験手順は 10 分間の安静後に安静時Ｆ波を測定した．次に PC ディスプレイで 1Hz のペースでの対立運動の動画を提示しペースに合わせた 5 分間の対立運動を行った後，再度Ｆ波を測定した．その後も動画を提示し同様な対立運動の運動イメージを 20 分間実施した．イメージ開始から終了まで 5 分間ごとに 4 回測定し計 6 時点でのＦ波を記録した．イメージ中の Ｆ波は動画の対立運動に合わせＭ波最大振幅の 120%刺激強度にて 30 回導出した．実験条件は拇指 - 示指の対立運動イメージ(拇指イメージ)と足の底背屈運動の動画に合わせた底背屈イメージ(足イメージ)とし，コントロールは無関係な動画を提示しイメージは行わなかった(各 5 名)．時系列モデルのデータはＦ波出現頻度(%)を用いた．出現頻度値$\gamma[n,t]$の時間折れ線グラフはすべての条件で当初急激に増加しその後減少する曲線形状でありモデル式は，階層モデルを含む以下の 3 モデルを作成した．

モデル式は時系列で当初増加しその後減少する非線形関数で

f(x)=C0{exp(-ax)-exp(-bx)}*



時間[t]を説明変数とするＦ波出現頻度γ[t]は非線形関数の平均値とその標準偏差に従う正規分布とした．

モデル A: パラメータ平均モデル

γ[t]　～

Normal (c[0]{ex p(-a[0]Time[t])ex p(-b[0]Time[t]) },σγ)

t= 1…, T

モデル B: パラメータ個体モデル

γ[n,t]　～

Normal (c[n] {ex p(-a[n] Time[t]) ex p(-b[n] Time[t]) },σγ)

n = 1,…,N　t= 1,…,T

モデル C: パラメータ階層モデル

γ[n,t]　～

Normal (c[n] {ex p(-a[n]　Time[t])ex p(-b[n]　Time[t]) },σγ)

n = 1,…,N　t= 1,…,T

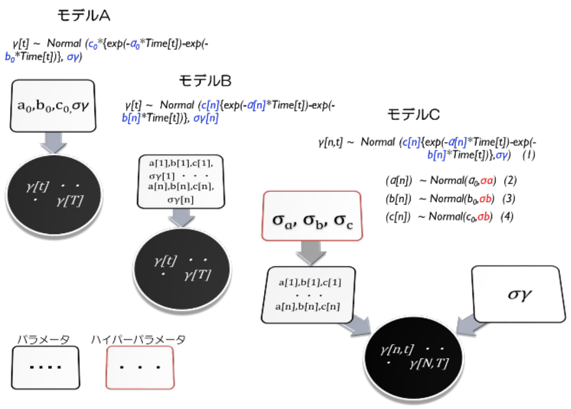
(a[n]) ~ Normal (a0, σa)

(b[n]) ~ Normal (b0, σb)

(c[n]) ~ Normal (c0, σb)

ここでＮは対象者の人数，Ｔは測定した時点の数，ｎとｔは対象者と時点のインデックス，σγ は γ[n,t]の観測誤差を表す．Time[t]は経過時間である． a[n]，b[n]，c[n]は平均が条件平均 a0，b0，c0 で標準偏差σa，σb，σc の正規分布に従う個体のパラメータである．σa，σb，σc は無情報事前分布(ハイパーパラメータ)で一様分布となる．

3 モデルの構造をグラフィカルモデルに示す.

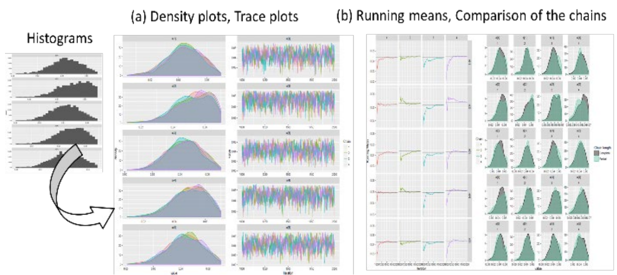


グラフィカルモデル

モデル A はパラメータ平均値で，モデル B は個体ごとのデータをもとにパラメータを推定している．一方，モデル C では，個体のパラメータ a,b,c[n]はパラメータ平均値 a,b,c[0]とその標準偏差σ[a,b,c]の正規分布に従う制約を付与しておりパラメータの階層構造を持つモデルとなる．σ[a,b,c] は事前一様分布に従うハイパーパラメータである．その結果，個体パラメータ a.b.c[n] の推定は標準化した事後分布となる．全てのパラメータはマルコフ連鎖モンテカルロ法(MCMC)による 4000 回のサンプリングにてベイズ推定した．モデル実装と実行環境は Windows10 (64bit)，R 3.4.3[1)]，Stan 2.17.3[2)] であった．な今回はピンチイメージの 5 名の解析を行った．

結　果

MCMC によるモデルのパラメータ推定はすべてのパラメータで定常分布に収束した．下図はモデル C の a[n]の MCMC による 4000 回のサンプラー後の収束過程である．



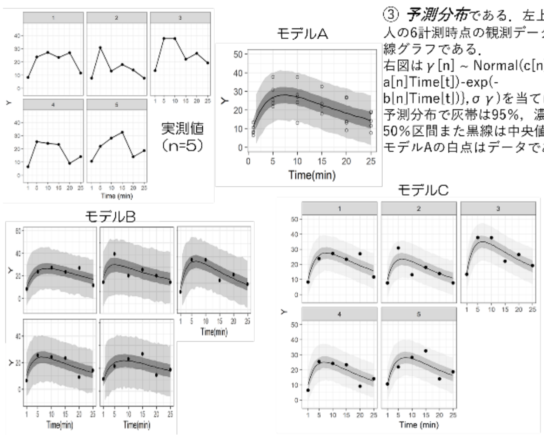
① MCMC によるパラメータ a[n]の事後分布の収束

図左は 4chain の 4000 回のサンプリングの事後分布の期待値の度数分布で，(a)はモデル C の確率分布に従い乱数を発生させた密度関数と定常分布への収束を示す．定常分布の最大事後確率分布がパラメータとなる．a[1~5]ともに収束している．(b)左は 4chain サンプリングの平均で a[1~5]ともに 2000 回のサンプリング以後同様な値に収束している．(b)右は 4chain の MCMC 後の確率分布密度で全体（グレイ）とサンプリング後半 10%（グリーン）のそれを重ねたものである．うまく重なるほど収束されていることを意味する．こちらも良好と判断できる．

② パラメータ平均値と 95%ベイズ信頼区間

	a[0]	b[0]	c[0]	σγ
モデルA	0.05(.02~.07)	0.33(.18~.62)	50.5(30.5~81.3)	6.3(4.9~8.3)
階層モデル	0.05(.02~.07)	0.35(.17~.65)	47.3(28.8~73.7)	5.2(3.9~7.2)

	a[1]	a[2]	a[3]	a[4]	a[5]
モデルB	0.04(.00~.07)	0.05(.01~.07)	0.05(.01~.07)	0.05(.01~.07)	0.04(.00~.07)
階層モデル	0.04(.02~.07)	0.05(.03~.07)	0.04(.02~.07)	0.05(.02~.07)	0.04(.02~.07)
	b[1]	b[2]	b[3]	b[4]	b[5]
モデルB	0.34(.10~.93)	0.55(.13~.97)	0.43(.10~.90)	0.41(.13~.91)	0.36(.07~.94)
階層モデル	0.32(.16~.62)	0.38(.18~.72)	0.39(.22~.70)	0.34(.18~.65)	0.32(.16~.61)
	c[1]	c[2]	c[3]	c[4]	c[5]
モデルB	53.7 (22.7~118.3)	34.7 (13.0~67.9)	65.7 (32.5~218.2)	41.8 (19.2~81.0)	58.4 (21.2~201.4)
階層モデル	47.6 (28.9~76.7)	40.4 (24.7~61.0)	54.6 (35.6~83.7)	43.9 (27.1~67.0)	48.4 (30.3~79.0)
	σγ[1]	σγ[2]	σγ[3]	σγ[4]	σγ[5]
モデルB	6.86(3.1~17.1)	8.52(3.7~22.6)	6.85(2.9~16.2)	6.57(2.8~16.1)	8.70(3.9~22.0)
ハイパーパラメータ	σ[a]	σ[b]	σ[c]		
階層モデル	0.01(0.0~0.04)	0.12(0.0~0.42)	12.2(1.5~42.6)		



③ ***予測分布***である．左上図は5人の6計測時点の観測データの折れ線グラフである．右図はγ[n] ~ Normal(c[n]{exp(-a[n]Time[t])-exp(-b[n]Time[t])},σγ)を当てはめた予測分布で灰帯は95%，濃帯は50%区間また黒線は中央値を示す．モデルAの白点はデータである

③ 予測回帰と 95%予測信頼区間の分布

考　察

結果①より MCMC 推定による全パラメータは定常分布に収束しておりγ [n,t]の予測モデルは妥当であった．モデル式の a[n]と b[n]は個体γ[t]のカーブ形態を c[n]はその大きさを決めるパラメータである．モデル B と C でパラメータ a,b[n]に差はないが，c[n]では大きく異なり階層モデルで個体間の差が小さく推定されている（②）．③の予測分布より，階層モデル（C）の 95%予測区間は最小であり精度の良い予測回帰となっている．特に 1 と 5 例の実測値のデータは系統誤差を多く含むがモデル C の予測信頼区間は小さく抑えられた(②赤線枠)．モデル C のパラメータ c[n]はモデル B よりも 5 例ごとの差異は小さく個体差が考慮された推定と考える(②赤線枠) また観測誤差であるγ[t]のσY は，モデル C が最小でありモデル B が最大であった(②青線枠)．階層モデルでは，個体パラメータ a,b,c[n]が平均のばらつきであるハイパーパラメータσ[a,b,c]により重み付けされたことで予測値γ[n,t]の観測誤差が減少したと考えた

文　献

1) https://www.r-project.org/

2) https://cran.r-project.org/web/packages/rstan/index.html